

# Оптимальное управление замкнутой системой массового обслуживания с применением диффузионной аппроксимации

Иванова Юлия Сергеевна, гр. 80-204М

Московский Авиационный Институт  
Факультет информационных технологий и прикладной математики  
Кафедра теории вероятностей и компьютерного моделирования

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. Семенихин К.В.

Москва  
2019г.

- 1 Актуальность
- 2 Описание модели системы массового обслуживания (СМО)
- 3 Характеристики системы
- 4 Оптимальное управление СМО
- 5 Диффузионная и жидкостная аппроксимации
- 6 Результаты

- Диффузионная и жидкостная аппроксимация замкнутых сетей массового обслуживания



Я. А. Коган, Р. Ш. Липцер, А. В. Смородинский, Гауссовская диффузионная аппроксимация марковских замкнутых моделей сетей связи ЭВМ// Проблемы передачи информации. 1986.—Т. 22, №1. — с.49–65

- управление передачей данных для беспилотного летательного аппарата и ad-hoc-сетей



Ho D.-T., Grotli E. I., Sujit P. B. et al. Optimization of wireless sensor network and UAV data acquisition. J. Intelligent // Robotic Systems. 2015 — vol. 78, no. 1.— pp. 159–179.

- синтез методов оптимизации инфокоммуникационных систем



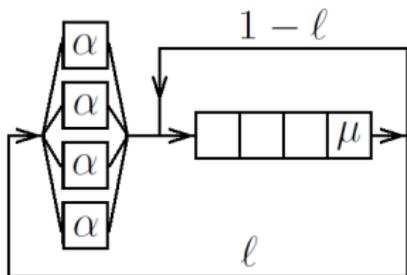
Кузнецов Н. А., Мясников Д. В., Семенихин К. В. Оптимизация управления передачей данных по флуктуирующему каналу связи при неточной информации о его состоянии // Информационные процессы. 2018. — Т. 18, №2. — С. 85-105.

**Цель работы** — построение оптимизационной модели передачи информации по ненадежному каналу связи с использованием механизма повторной отправки потерянных данных.

**Задачи:**

- определение характеристик системы массового обслуживания (СМО) — среднее время успешной отправки, средний объем ресурсов
- нахождение оптимального управления СМО, описывающей процесс передачи данных
- приближенное описание модели с использованием диффузионной и жидкостной аппроксимации

# Описание модели. Замкнутая СМО



$N$  — постоянное число заявок

$\ell$  — вероятность потери пакета

$\mu$  — интенсивность

обслуживания в основной системе

$\alpha$  — интенсивность обслуживания  
во вспомогательной системе

$\{X(t), t \geq 0\}$  — процесс,

описывающий число заявок в

системе с множеством состояний  $E = \{0, 1, \dots, N\}$

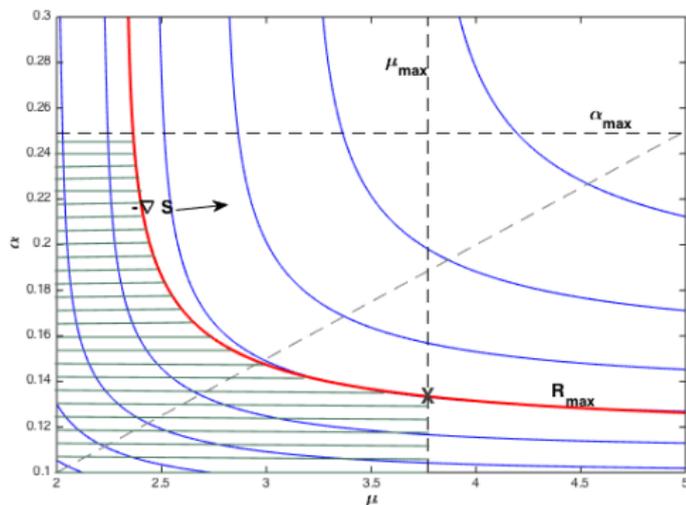
$\alpha(N - x)$  — интенсивность поступления пакета из  
вспомогательной системы на повторную отправку

$\mu\ell$  — интенсивность пересылки пакета во вспомогательную  
систему при неудачной попытке его передачи

- 1 Энергопотребление  $\bar{R}$   
$$\bar{R} = \alpha(N - MX(t)) + \mu P\{X(t) > 0\}$$
- 2 Среднее время отправки  $\bar{S}$   
$$\bar{S} = \bar{W} + \bar{B} + (\bar{A} + \bar{B})M\{\nu - 1\}$$
- $\bar{W} = M\left[\frac{I\{X(t)=0\}}{\alpha N} + (\tau_1 + \dots + \tau_{\kappa})I\{X(t) > 0\}\right]$  — время ожидания входа в систему
- $\tau_k \sim E(\mu)$  — время обслуживания в основной системе
- $\kappa \sim G(1 - \ell)$  — номер первого успешного пакета
- $\nu$  — номер попытки для пакета на отправку.
- $\bar{B} = M\left\{\frac{X(t)I\{X(t) > 0\}}{\mu}\right\}$  — время в осн. системе
- $\bar{A} = \frac{P\{X(t) < N\}}{\alpha}$  — время во всп. системе

# Оптимальное управление СМО: задача (1)

Минимизация среднего времени  $\bar{S}$  отправки при ограничении на ресурсы  $\bar{R}$

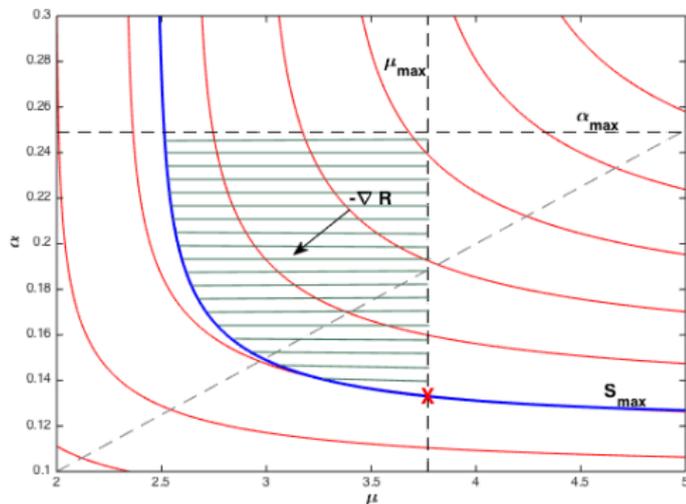


$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{S} \rightarrow \min \\ \bar{R} \leq R_{max} \\ \mu \leq \mu_{max} \\ \alpha \leq \alpha_{max} \end{array} \right. \quad (1)$$

Рис.1 Линии уровня:  $\bar{S}$  (синие кривые) и  $\bar{R} = R_{max}$  (красная кривая); область допустимых параметров заштрихована; стрелочка — направление антиградиента  $\bar{S}$ .

# Оптимальное управление СМО: задача (2)

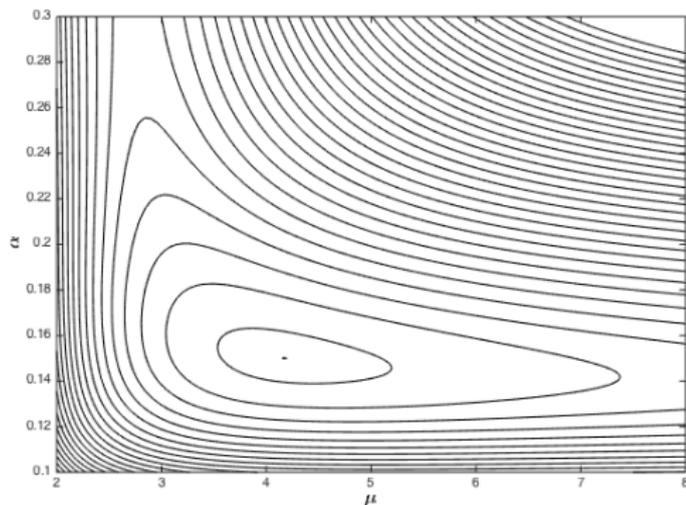
Минимизация среднего потребления ресурсов  $\bar{R}$  при ограничении на время обслуживания  $\bar{S}$



$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{R} \rightarrow \min \\ \bar{S} \leq S_{max} \\ \mu \leq \mu_{max} \\ \alpha \leq \alpha_{max} \end{array} \right. \quad (2)$$

Рис.2 Линии уровня:  $\bar{R}$  (красные кривые) и  $\bar{S} = S_{max}$  (синяя кривая); область допустимых параметров заштрихована; стрелочка — направление антиградиента  $\bar{R}$ .

Смешанная задача минимизации среднего времени отправки  $\bar{S}$  с учетом цены использованных ресурсов  $\bar{R}$



$$\begin{cases} \bar{S} + \lambda \bar{R} \rightarrow \min \\ \mu \leq \mu_{\max} \\ \alpha \leq \alpha_{\max} \end{cases} \quad (3)$$

Рис.3 Линии уровня для функции  $\bar{S} + \lambda \bar{R}$

Зависимость оптимального решения  $(\mu^*, \alpha^*)$  от параметра  $\lambda$

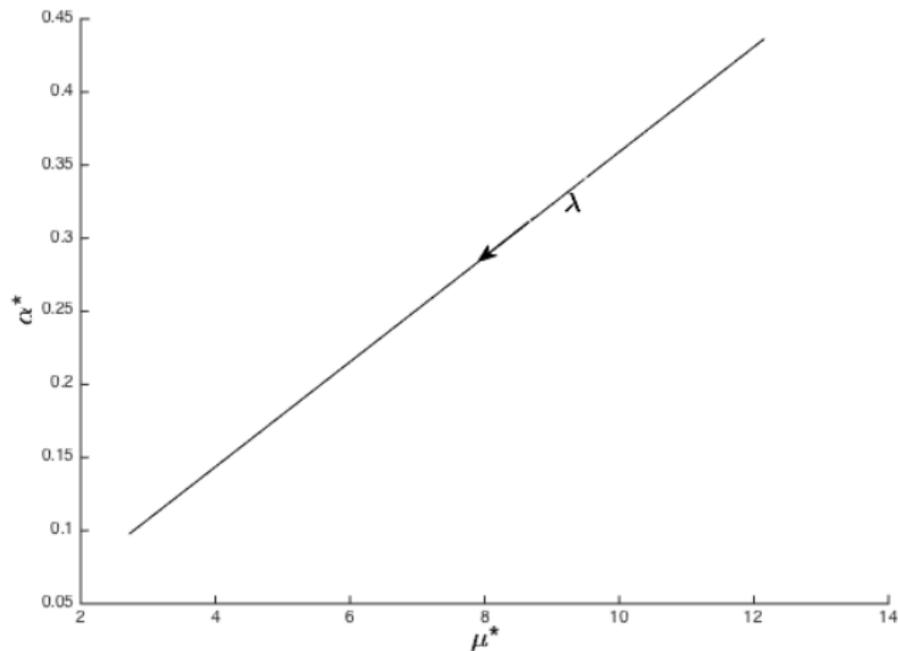


Рис.4 Оптимальное решение задачи (3), стрелка указывает рост  $\lambda$

Множество значений критериев  $S, R$  при Парето-оптимальных

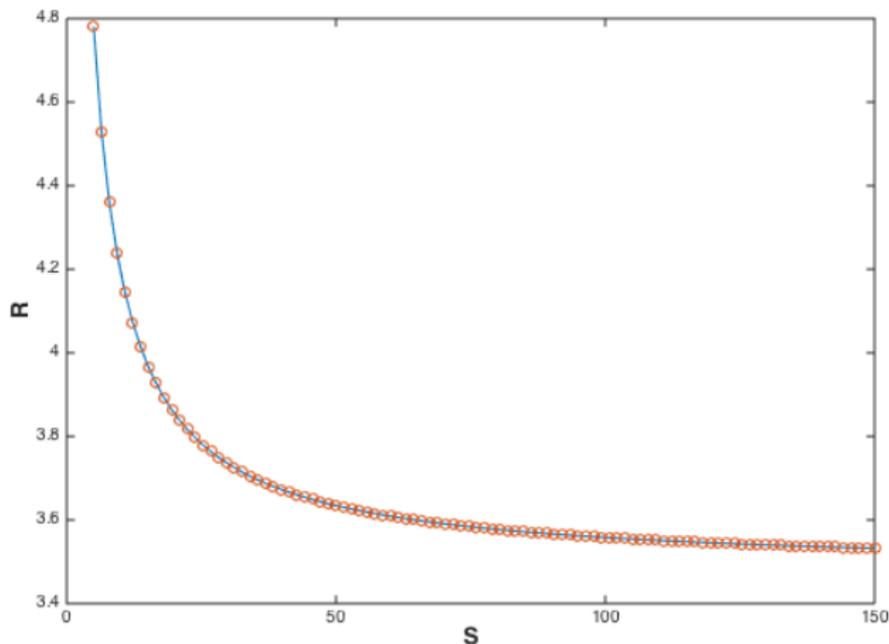


Рис.5 Зависимость оптимальных значений критериальных функций синим — для задачи (1), красным — для задачи (2)

Жидкостная аппроксимация — детерминированная функция  $x(t)$

$$\dot{x}(t) = \alpha(N - x(t)) - \ell\mu$$

Диффузионная аппроксимация — гаусовский процесс  $\xi(t)$

$$d\xi(t) = (\alpha(N - \xi(t)) - \ell\mu)dt + \sqrt{\alpha(N - x(t)) + \ell\mu} dW(t)$$

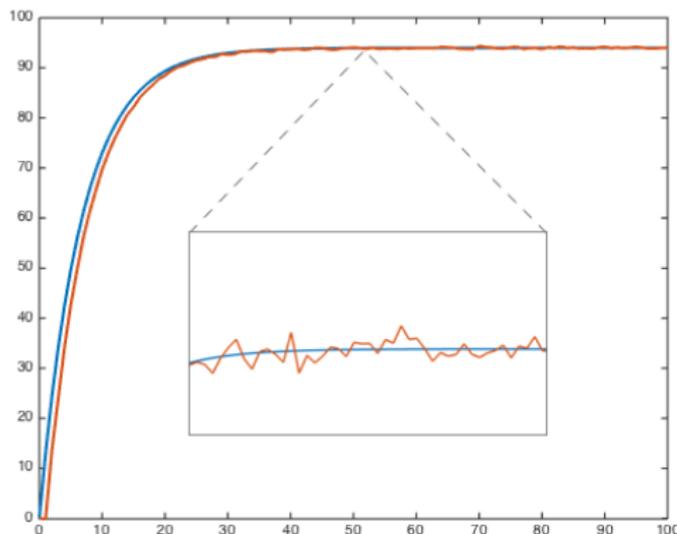


Рис.6  $x(t)$  — синяя кривая,  $\xi(t)$  — красная кривая

- 1) Рассмотрена замкнутая СМО с конечным числом заявок и состоящая из двух подсистем: основной и вспомогательной.
- 2) Найдены решения трех задач оптимального управления СМО
  - 1) минимизация среднего времени отправки пакета при ограничении на ресурсы;
  - 2) минимизация среднего количества потребляемых ресурсов при ограничении на время отправки;
  - 3) расширенная задача минимизации смеси двух критериев качества.
- 3) Предложен способ приближенного моделирования эволюции системы в загруженном состоянии:
  - с помощью жидкостной аппроксимации (описание "в среднем");
  - с использованием диффузионной аппроксимации (описание флуктуаций).



Иванова Ю. С., Семенихин К. В. Использование гамма-распределения для аппроксимации вероятностных характеристик одноканальной системы массового обслуживания в загруженном состоянии // 16-я Международная конференция «Авиация и космонавтика-2017». М.: Москва, МАИ — с.217–2019



Иванова Ю. С., Семенихин К. В. Диффузионная аппроксимация управляемой одноканальной системы массового обслуживания в загруженном состоянии // Сборник тезисов докладов XLIV Международной молодежной научной конференции "Гагаринские чтения-2018". М.: Москва, МАИ — Т.2 с.332–333



Семенихин К. В., Иванова Ю. С. Численный анализ диффузионной аппроксимации одноканальной системы массового обслуживания с управляемыми параметрами загрузки и обработки // Моделирование и анализ данных. 2019 — №2 с.21–30