ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ЖУРНАЛ ПРАКТИКИ

Студента(ки) 1 курса Архипова Александра Сергеевича
(Фамилия, имя. отчество)

Факультет №8 «Информационные технологии и прикладная математика»

Кафедра 804 «Теория вероятностей и компьютерное моделирование»

Учебная группа М8О-104М-17

Направление 01.04.04. Прикладная математика
(шифр) *(название направления)*

Вид практики Учебная (научно-исследовательская)
(учебная, производственная (вычислительная, исследовательская), преддипломная и т.д.)

в Московском авиационном институте (НИУ)
(наименование предприятия, учреждения, организации)

Руководитель практики от МАИ Семенихин К.В. ______________
(ФИО) (Подпись)

Архипов А.С. /____________________/ "30" мая 2018 г.
(ФИО) (подпись студента) (дата)

Москва 2018

1. Место и сроки проведения практики

Дата начала практики *“09” февраля 2018 г.*

Дата окончания практики *“30” мая 2018 г.*

Наименование предприятия *МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)*______________________

Название структурного подразделения) _____*кафедра 804*________________

2. Инструктаж по технике безопасности

___Семенихин К.В._____ /_______________/ “09” февраля 2018 г.

(подпись проводившего) *(дата проведения)*

3. Индивидуальное задание студенту

Рассмотреть одномерную модель наблюдений с вектором помех, имеющим неизвестное унимодальное распределение. Зная структуру наихудшего распределения вектора помех провести численный эксперимент для подтверждения теоретических выкладок. Сравнить результат с двумя другими случаями распределения вектора помех. Построить плотности компонент векторов помех.

4. План выполнения индивидуального задания

1. Найти наихудшее распределение вектора помех в случае одновыборочной модели.

2. Провести численный эксперимент подтверждающий наихудший вид найденного распределения .

3. Построить плотность k-ой компоненты вектора помех.

Руководитель практики от МАИ: __Семенихин К.В.___ /___________________/

(Фамилия, имя, отчество) (Подпись)

___Архипов А.С._______ /_____________________/ “30” мая 2018 г.

(ФИО) (подпись студента) (дата)

5.Отзыв руководителя практики

Студент Архипов при прохождении исследовательской практики показал хорошее___ владение теоретическим материалом, качественно провел исследовательскую работу, получил теоретически значимые результаты. Материалы, изложенные в отчёте______ студента, полностью соответствуют индивидуальному заданию.___________________

Оценка за практику «отлично»____

Руководитель ___Семенихин К.В.__ /___________________/

(Фамилия, имя, отчество) (Подпись)

“30” мая 2018 г.

Отчет студента

Рассмотрим одновыборочную модель наблюдений.

$$Y = B\theta + \eta,$$

где

$Y \in \mathbb{R}^k$ – наблюдения
$B \in \mathbb{R}^k$ – заданная матрица
$\theta \in \mathbb{R}$ – оцениваемый параметр
$\eta \in \mathbb{R}^k$ – вектор помех

Мы знаем, что наихудшем, в плане максимума вероятности нежелательного события $| X - X | \geq h$, где h-порог для вектора помех в классе унимодальных распределений является распределение следующего вида :

$$\eta = \frac{f}{| f |^2}\xi + \left(I - \frac{f f^*}{| f |^2} \right)\varsigma$$

Где ξ и ζ - независимые , $\zeta \sim U_s(0, \sigma_\eta^2 I)$, а ξ имеет следующее смешанное распределение:

$$\xi \sim \begin{cases} R(-\sigma\sqrt{3}, \sigma\sqrt{3}) & |\mathrm{h}| \leq \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma \\ \frac{4}{3h^2} R\left(\frac{-3h}{2}, \frac{3h}{2} \right) + \left(1 - \frac{4}{3h^2} \right)\delta_0(x) & \mathrm{h}| \geq \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma \end{cases}$$

где $\sigma^2 = \sigma_\eta^2 \left\langle \left(B^* B \right)^{-1} a, a \right\rangle$

Пусть $\zeta \sim N(0; \sigma_\eta^2 I)$, порог $h=1$, $\sigma_\eta = 1$.

Тогда $\eta_k = \tilde{f}_k \zeta + \sum_{i=1}^{n} a_{ki} \zeta_i$, где a_{ki} — элемент м-цы $A = I - \frac{\hat{f}\hat{f}^T}{|\hat{f}|^2}$, $\tilde{f}_k$ - эл-т вектора $\frac{\hat{f}}{|\hat{f}|^2}$.

Найдем распределение к-ой компоненты:

$$\zeta_i \sim N(0; \sigma_\eta^2) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} a_{ki}\zeta_i \sim N\Big(0; \overbrace{\sigma_\eta^2 \sum_{i=1}^{n} a_{ki}^2}^{d^2}\Big)$$

$$\tilde{f}_k \zeta \sim \frac{1}{|\tilde{f}_k|} \cdot f_\zeta\left(\frac{x}{|\tilde{f}_k|}\right) \Leftrightarrow f_{\tilde{f}_k \zeta}(x) = \frac{1}{|\tilde{f}_k|} \cdot \begin{cases} \frac{1}{2\sigma\sqrt{3}}, & x \in [-|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}; |\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

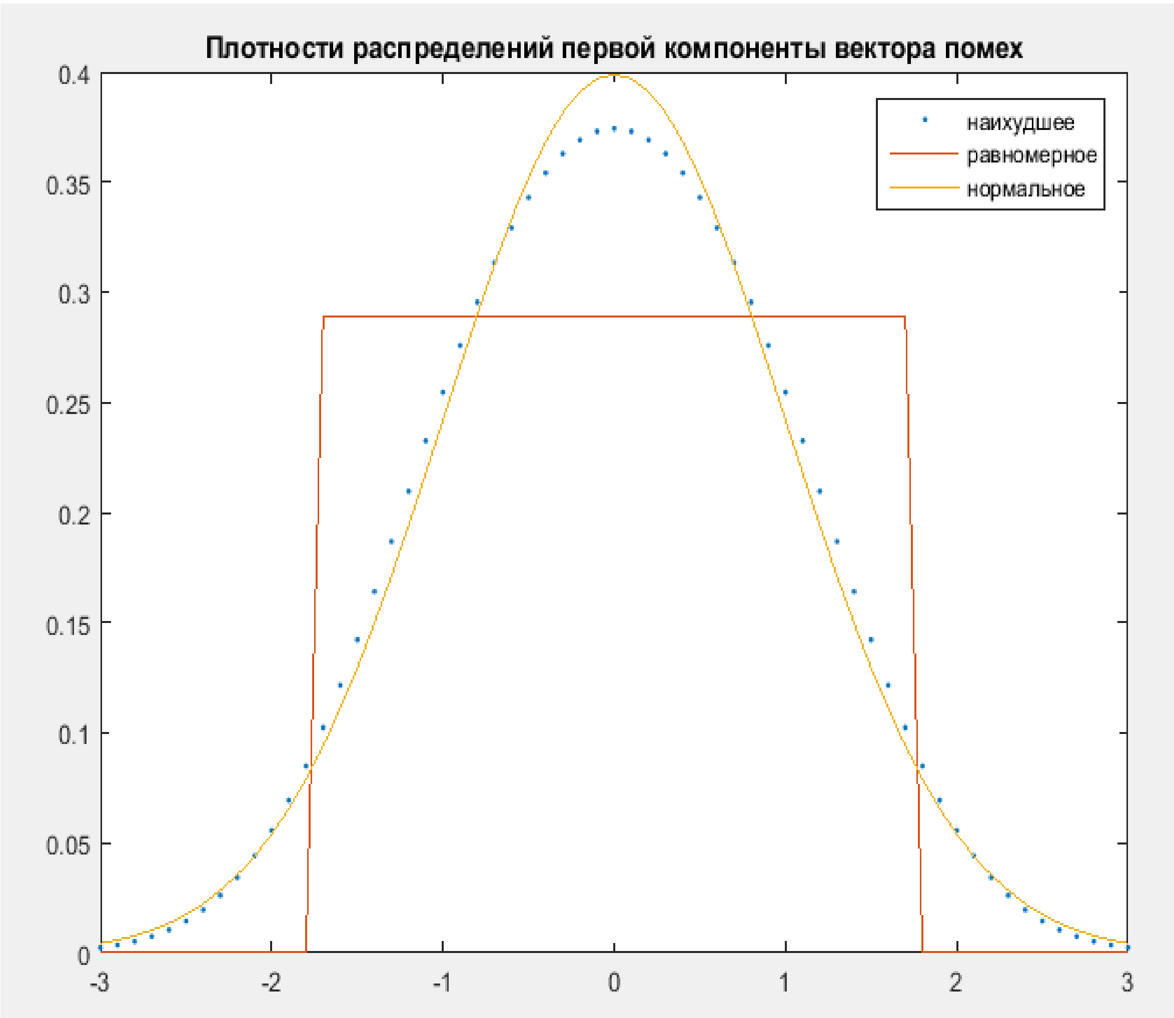
Тогда:

$$f_{\eta_k}(x) = \int_{-|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}}^{|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}} \frac{1}{|\tilde{f}_k| 2\sigma\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{d\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-y)^2}{2d^2}} dy = \begin{bmatrix} x-y=u \\ -dy=du \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{-1}{d|\tilde{f}_k|\sqrt{2\pi}\, 2\sigma\sqrt{3}} \int_{x+|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}}^{x-|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}} e^{-\frac{u^2}{2d^2}} du = \begin{bmatrix} \frac{u}{d\sqrt{2}} = t \\ du = d\sqrt{2}\, dt \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{|\tilde{f}_k|\sqrt{\pi}\, 2\sigma\sqrt{3}} \int_{\frac{x-|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}}{d\sqrt{2}}}^{\frac{x+|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}}{d\sqrt{2}}} e^{-t^2} dt = \underbrace{\frac{1}{|\tilde{f}_k| \cdot 2\sigma\sqrt{3}} \cdot \left(\varphi\left(\frac{x+|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}}{d\sqrt{2}}\right) - \varphi\left(\frac{x-|\tilde{f}_k|\sigma\sqrt{3}}{d\sqrt{2}}\right)\right)}_{\text{плотность к-ой компоненты вектора помех.}}$$


Плотность распределения первой компоненты наихудшего вектора помех
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-3
-2
-1
0
1
2
3


Плотности распределений первой компоненты вектора помех
наихудшее
равномерное
нормальное
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-3
-2
-1
0
1
2
3

Численный эксперимент. Код.

```
n=9;
N=1000;
mu=0;
h=1;
sigma_eta=1;
sigma=sqrt(sigma_eta^2*((B'*B)^(-1)*a)'*a);
B=ones(n,1);
a=1;
X=10;
f=(a*(B'*B)^(-1)*B')';
co1=0;
co2=0;
co3=0;


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:N
eta1=normrnd(mu,sigma_eta,n,1);
eta2=unifrnd(-sqrt(3),sqrt(3),n,1);


    if h<=2/sqrt(3)*sigma
       ksi=unifrnd(-sigma*sqrt(3),sigma*sqrt(3));

    end
    if h>2/sqrt(3)*sigma
        q=unifrnd(0,1);
        if q<=4/(3*h^2)
           ksi=unifrnd(-3*h/2,3*h/2) ;
        end
        if q>4/(3*h^2)
            ksi=0;
        end
    end

eta3=f./(f'*f)*ksi+(eye(n)-f*f'/(f'*f))*normrnd(mu,sigma_eta,n,1);

Y1=B*X+eta1;
Y2=B*X+eta2;
Y3=B*X+eta3;

X1=f'*Y1;
X2=f'*Y2;
X3=f'*Y3;

if abs(X-X1)>=h
    co1=co1+1;
end
 if abs(X-X2)>=h
    co2=co2+1;
 end
if abs(X-X3)>=h
    co3=co3+1;
end

end
```

```
P(1)=co1/N;
P(2)=co2/N;
P(3)=co3/N;
P
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A=eye(n)-f*f'/(f'*f);
b=f./(f'*f);
k=1;
d=sqrt(sigma_eta^2*sum(A(k,1:n).^2));
x=[-3:0.1:3];
F=1/(abs(b(k))*2*sigma*sqrt(3))*(normcdf((x+abs(b(k))*sigma*sqrt(3))/(d*sqrt(2))
,0,1/sqrt(2))-...
       normcdf((x-abs(b(k))*sigma*sqrt(3))/(d*sqrt(2)),0,1/sqrt(2)));

   title('Плотность распределения первой компоненты наихудшего вектора помех')
F1=unifpdf(x,-sqrt(3),sqrt(3));
F2=normpdf(x,mu,sigma_eta);
plot(x,F,'.',x,F1,'-',x,F2)
title('Плотности распределений первой компоненты вектора помех')
```

```
P =

    0.0010    0.0020    0.3390
```

Вывод

Как видно из результатов вероятность нежелательного события растет слева направо. Распределения вектора помех идут в следующем порядке :

Нормальное, равномерное, наихудшее.

Следовательно теоретический результат о наихудшем распределении подтвержден.